

Divisione con resto, criteri di divisibilità e numeri primi

Nell'insieme dei numeri naturali non è detto che il problema di dividere fra loro due naturali a e b abbia soluzione, ovvero non è detto che il quoziente fra due numeri naturali sia anch'esso un numero naturale.

L'operazione $12 \div 4$ ha come risultato il numero naturale 3: tale operazione **può** quindi essere effettuata nell'insieme dei numeri naturali.

L'operazione $5 \div 3$ non ha come risultato un numero naturale: tale operazione **non può** essere effettuata nell'insieme dei numeri naturali.



Dati due numeri naturali a e b (detti *dividendo* e *divisore*), con $a \geq b$ e $b \neq 0$, si definisce **divisione con resto** l'operazione che consiste nel determinare due numeri naturali q ed r (detti *quoziente* e *resto*), con $0 \leq r < b$, tali che:

$$a = q \cdot b + r$$

Se $r = 0$, a si dice **divisibile** per (o **multiplo** di) b , mentre b è detto **divisore** (o **fattore**) di a .

Esistono alcuni **criteri di divisibilità** che consentono di stabilire rapidamente se un qualsiasi numero intero n sia divisibile (o meno) per 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, **9, 10 e 11**.

n è divisibile:	
per 2	se è divisibile per 2 l'ultima sua cifra
per 3	se è divisibile per 3 la somma delle sue cifre
per 4	se è divisibile per 4 il numero formato dalle ultime due cifre
per 5	se l'ultima cifra è 0 oppure 5
per 6	se è divisibile per 2 e per 3
per 7	se è divisibile per 7 la differenza tra il numero ottenuto escludendo la cifra delle unità e il doppio della cifra delle unità
per 8	se è divisibile per 8 il numero formato dalle ultime tre cifre
per 9	se è divisibile per 9 la somma delle sue cifre
per 10	se l'ultima cifra è zero
per 11	se è divisibile per 11 la differenza fra la somma delle cifre di posto pari e la somma delle cifre di posto dispari



Mappa
Criteri di divisibilità



Videorisoluzione
Applicazione dei
criteri di divisibilità

Qualsiasi numero naturale è **sempre** divisibile (senza resto) per sé stesso e per l'unità.

Si consideri, per esempio, il numero naturale 12: si ha che $12 \div 12 = 1$ e che $12 \div 1 = 12$.



Alcuni numeri naturali ammettono anche altri divisori (oltre a sé stessi e all'unità).

Si consideri ancora il numero naturale 12: i suoi divisori sono: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.



Si dicono **primi** i numeri naturali maggiori di 1 che ammettono come divisori **solo** sé stessi e l'unità.

I primi dieci numeri primi sono: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.



■ Criteri di similitudine fra triangoli

Due triangoli sono **simili** se hanno **gli angoli ordinatamente uguali e i lati corrispondenti in proporzione**.

I triangoli ABC e A'B'C' sono **simili** se si verifica una delle seguenti condizioni:

- hanno due angoli congruenti;
- hanno due lati proporzionali e gli angoli tra essi compresi congruenti;
- hanno tutti e tre i lati in proporzione

■ Perimetro e area dei triangoli

Perimetro

$$P = a + b + c$$

Area

$$A = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}$$

Formula di Erone

Serve per calcolare la misura dell'area di un triangolo qualunque conoscendo le misure dei tre lati:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

dove p è il semiperimetro (ossia $p = P/2$).

In alternativa:

$$A = r \cdot p = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

ove r e R sono i raggi delle circonferenze inscritta e circoscritta.

Raggio della circonferenza inscritta in un triangolo

$$r = \frac{A}{p} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$$

Raggio della circonferenza circoscritta a un triangolo

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4A}$$

■ Triangoli equilateri

Perimetro

$$P = 3a$$

Altezza

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{3}{2}R = 3r$$

Area

$$A = \frac{ah}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}h^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 = 3\sqrt{3}r^2$$

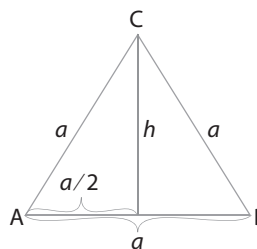
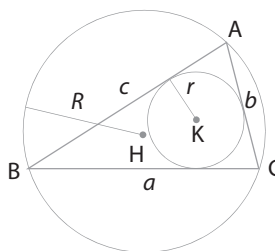
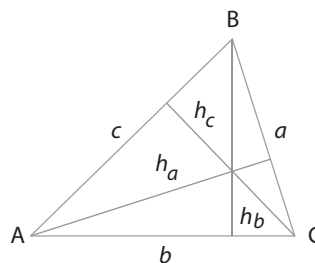
dove r e R sono i raggi delle circonferenze inscritta e circoscritta al triangolo.

Raggio della circonferenza inscritta in un triangolo equilatero

$$r = \frac{h}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}a = \frac{R}{2}$$

Raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo equilatero

$$R = \frac{2}{3}h = \frac{\sqrt{3}}{3}a = 2r$$



► In queste formule e nelle successive viene utilizzato il teorema di Pitagora, che verrà trattato poco più avanti.