Divisione con resto, criteri di divisibilità e numeri primi

Nell'insieme dei numeri naturali non è detto che il problema di dividere fra loro due naturali a e b abbia soluzione, ovvero non è detto che il quoziente fra due numeri naturali sia anch'esso un numero naturale.

L'operazione $12 \div 4$ ha come risultato il numero naturale 3: tale operazione **può** quindi essere effettuata nell'insieme dei numeri naturali.
L'operazione $5 \div 3$ non ha come risultato un numero naturale: tale operazione **non può** essere effettuata nell'insieme dei numeri naturali.

Dati due numeri naturali a e b (detti *dividendo* e *divisore*), con $a \geq b$ e $b \neq 0$, si definisce **divisione con resto** l'operazione che consiste nel determinare due numeri naturali q ed r (detti *quoziente* e *resto*), con $0 \leq r < b$, tali che:

$$a = q \cdot b + r$$

Se $r = 0$, a si dice **divisibile** per (o **multiplo** di) b, mentre b è detto **divisore** (o **fattore**) di a.

Mappa
Criteri di divisibilità

Esistono alcuni **criteri di divisibilità** che consentono di stabilire rapidamente se un qualsiasi numero intero n sia divisibile (o meno) per 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11.

n è divisibile:	
per 2	se è divisibile per 2 l'ultima sua cifra
per 3	se è divisibile per 3 la somma delle sue cifre
per 4	se è divisibile per 4 il numero formato dalle ultime due cifre
per 5	se l'ultima cifra è 0 oppure 5
per 6	se è divisibile per 2 e per 3
per 7	se è divisibile per 7 la differenza tra il numero ottenuto escludendo la cifra delle unità e il doppio della cifra delle unità
per 8	se è divisibile per 8 il numero formato dalle ultime tre cifre
per 9	se è divisibile per 9 la somma delle sue cifre
per 10	se l'ultima cifra è zero
per 11	se è divisibile per 11 la differenza fra la somma delle cifre di posto pari e la somma delle cifre di posto dispari

Videorisoluzione
Applicazione dei criteri di divisibilità

Qualsiasi numero naturale è **sempre** divisibile (senza resto) per sé stesso e per l'unità.

Si consideri, per esempio, il numero naturale 12: si ha che $12 \div 12 = 1$ e che $12 \div 1 = 12$.

Alcuni numeri naturali ammettono anche altri divisori (oltre a sé stessi e all'unità).

Si consideri ancora il numero naturale 12: i suoi divisori sono: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Si dicono **primi** i numeri naturali maggiori di 1 che ammettono come divisori **solo** sé stessi e l'unità.

I primi dieci numeri primi sono: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.